Modelowanie zjawisk kolektywnych

Zjawiska grupowania

dr hab. Piotr Fronczak

Zjawiska grupowania

„Wypłyń na głębię i zarzućcie sieci na połów!" A Szymon odpowiedział: „Mistrzu, całą noc pracowaliśmy i nic nie ułowiliśmy. Lecz na Twoje słowo zarzucę sieci”. Skoro to uczynili, zagarnęli tak wielkie mnóstwo ryb, że sieci ich zaczynały się rwać. Łk 5,4-6.8

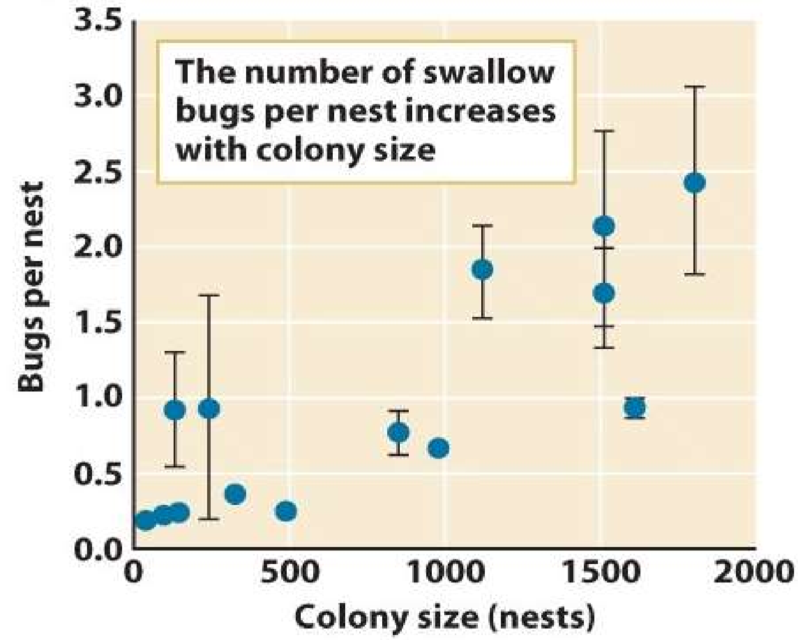
Przyczyny grupowań się osobników

- Dywersyfikacja obowiązków (surykatki)
- Współpraca (gołębie)
- Bezpieczeństwo (ławice)
- Optymalizacja energii (pelikany)

Koszty

- Rywalizacja o zasoby
- Zarażalność (pasożyty)

SWALLOWS DAY
IN SAN JUAN
JOIN US AFTER THE PARADE
LIVE MUSIC BY THE JAN BROWN
SLIDER BAR & DRINK SPECIALS
32120 San Juan Creek Road | San Juan Capistrano, CA | www.SanJuanHillsGolf.com


The number of swallow bugs per nest increases with colony size
Bugs per nest
Colony size (nests)
3.5
3.0
2.5
2.0
1.5
1.0
0.5
0.0
0
500
1000
1500
2000


MISSION SAN JUAN CAPISTRANO
– FOUNDED NOVEMBER 1, 1776 –
"Worth a Visit"
NOW AT 5PM
THE SWALLOWS MAKING A COMEBACK
SAN JUAN CAPISTRANO
5:56 80°

Przyczyny grupowań się osobników

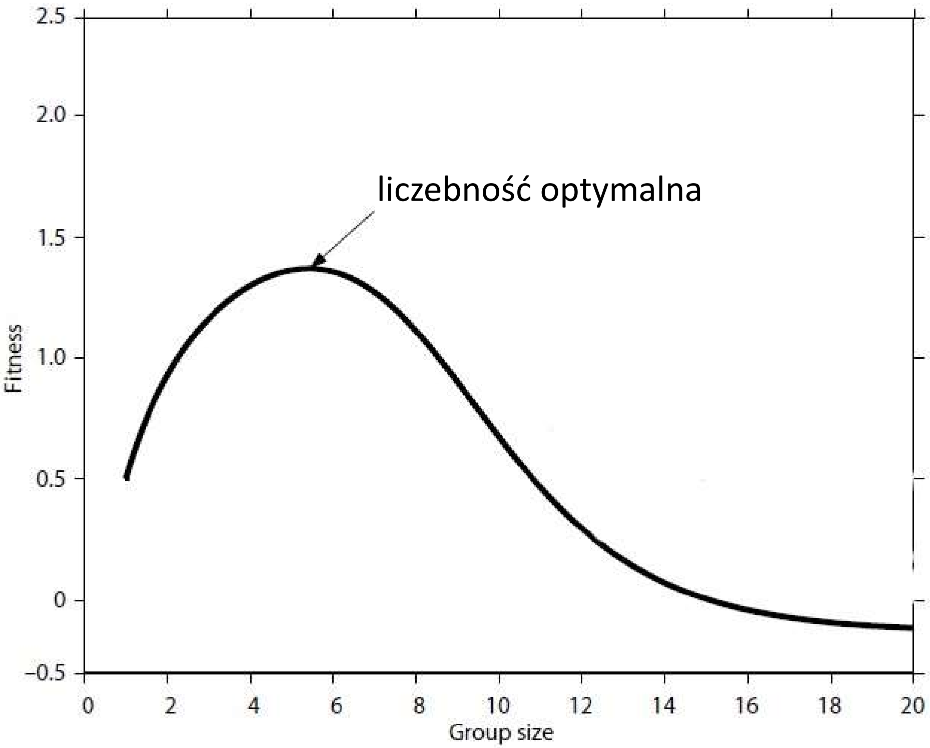
- Dywersyfikacja obowiązków (surykatki)
- Współpraca (gołębie)
- Bezpieczeństwo (ławice)
- Optymalizacja energii (pelikany)

Koszty

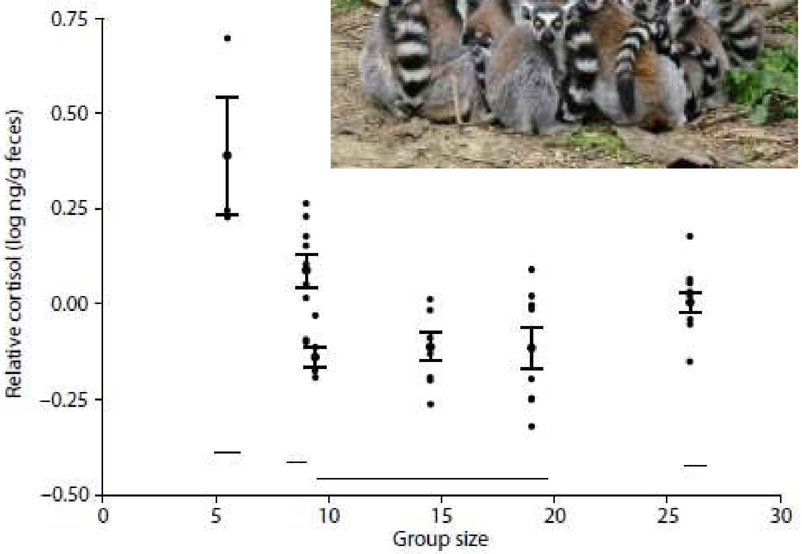
- Rywalizacja o zasoby
- Zarażalność (pasożyty)

Dla $N \to \infty$ koszty > zysk

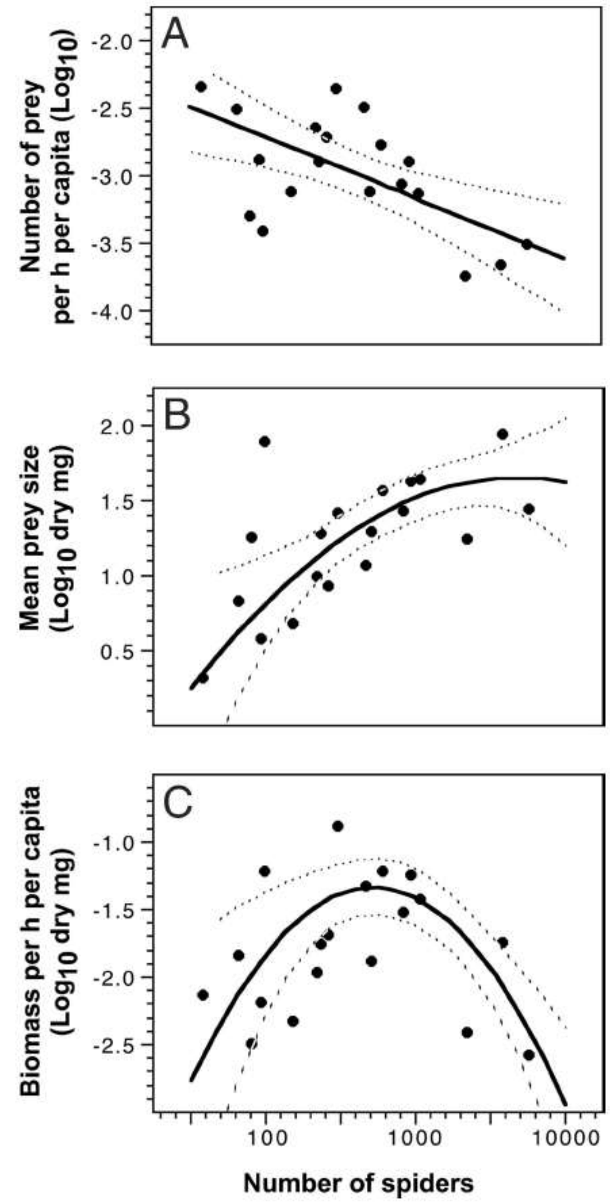
$\vee$ przynajmniej jedno maksimum



Empiryczne badania optymalnej liczebności grup



R. Ethan Pride
„Optimal Group Size and Seasonal Stress in Ring-Tailed Lemurs (Lemur catta)”
Behavioral Ecology, April 2005, fig. 3, p. 555,

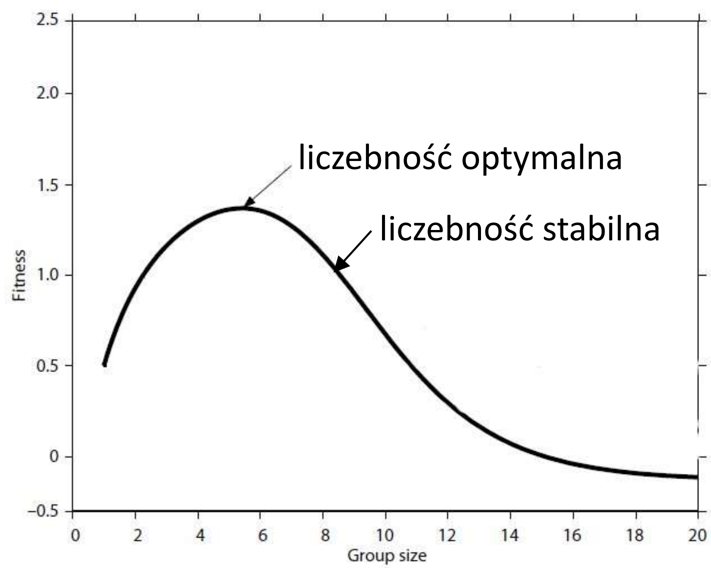


Eric C. Yip, Kimberly S. Powers, Leticia Aviles
„Cooperative capture of large prey solves scaling challenge faced by spider societies”
Proc. Nat. Acad. Sci. vol. 105, pp. 11818–11822 (2008)

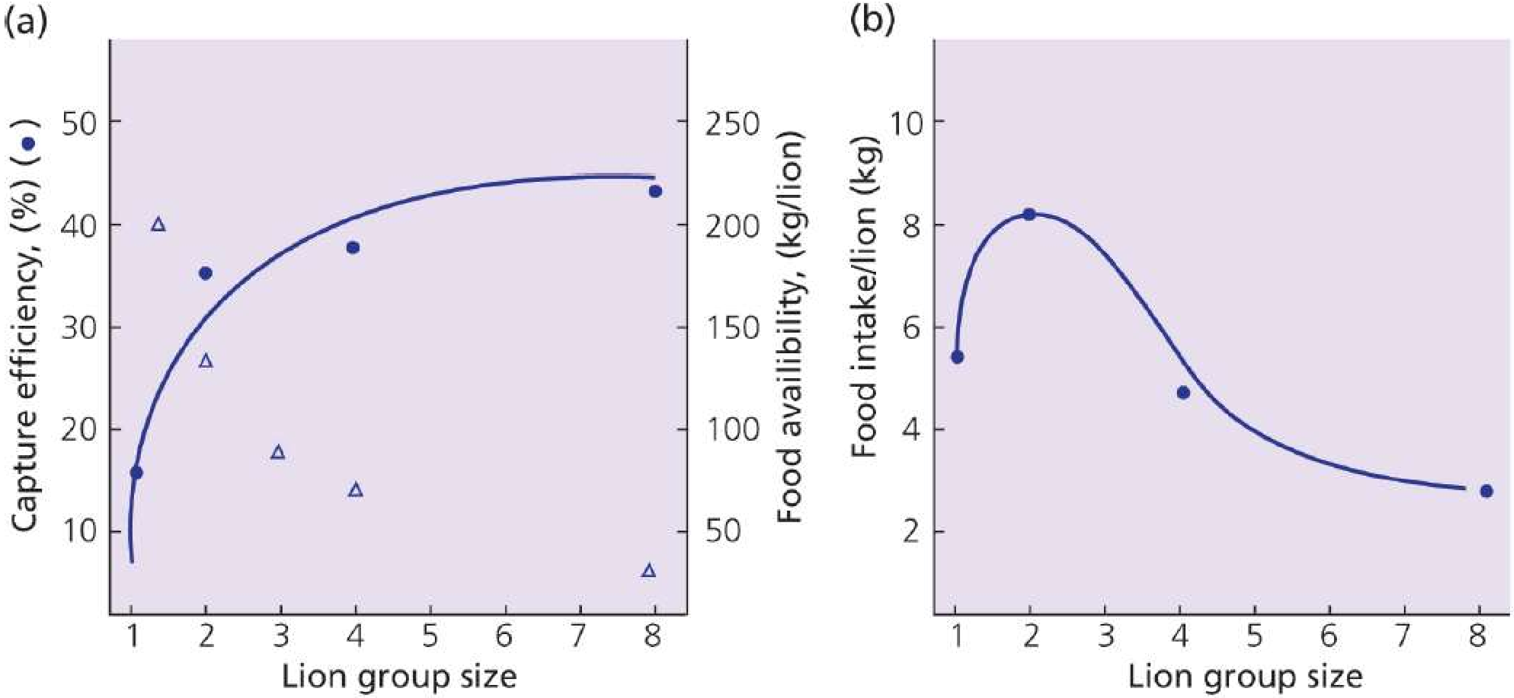
Model optymalizacji wielkości stada

Terytorium: s = 400 miejsc.
Początkowo w 100 miejscach umieszczamy osobników w grupach po $\langle n_i \rangle$=10 z pewną wariancją.
Niech funkcja atrakcyjności np. $f(n)=n\,exp(-n/10)$ (liczebność optymalna = 10).
W każdym kroku:

- Losujemy jedną z grup i.
- Znajdujemy grupę j z maksymalną wartością atrakcyjności $f(n_j(t)+1)$.
- Jeżeli $f(n_j(t)+1) > f(n_i(t))$, to jeden osobnik z grupy i przenosi się do grupy j.

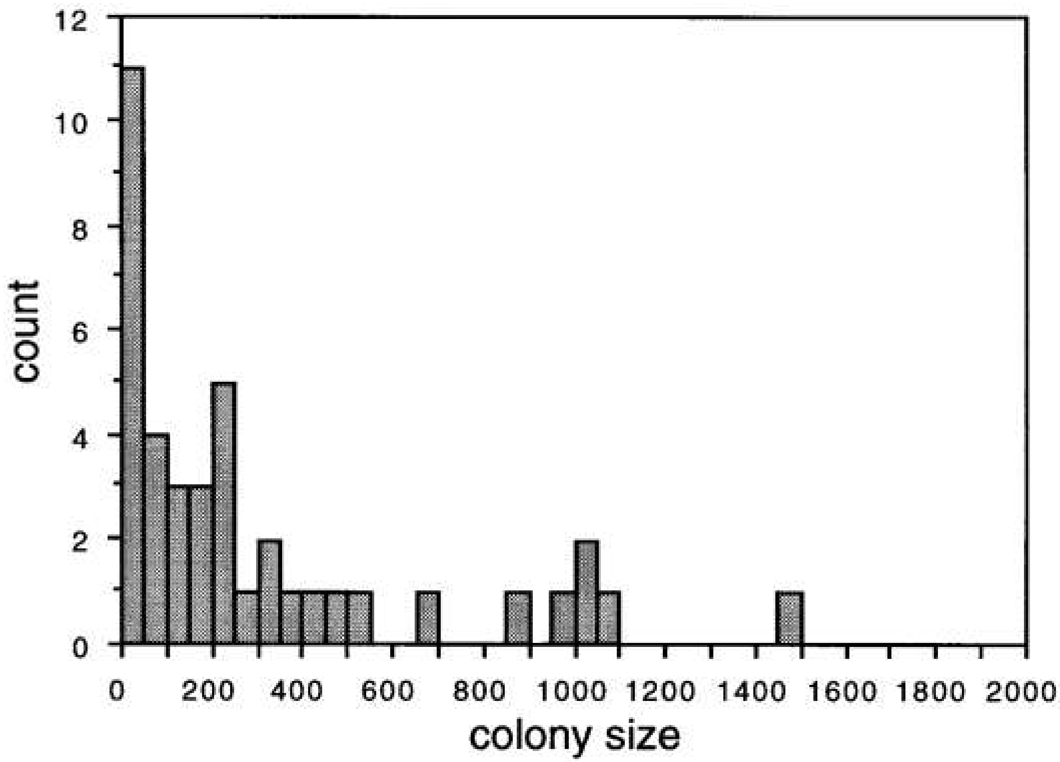


liczebność optymalna ≠ liczebność stabilna



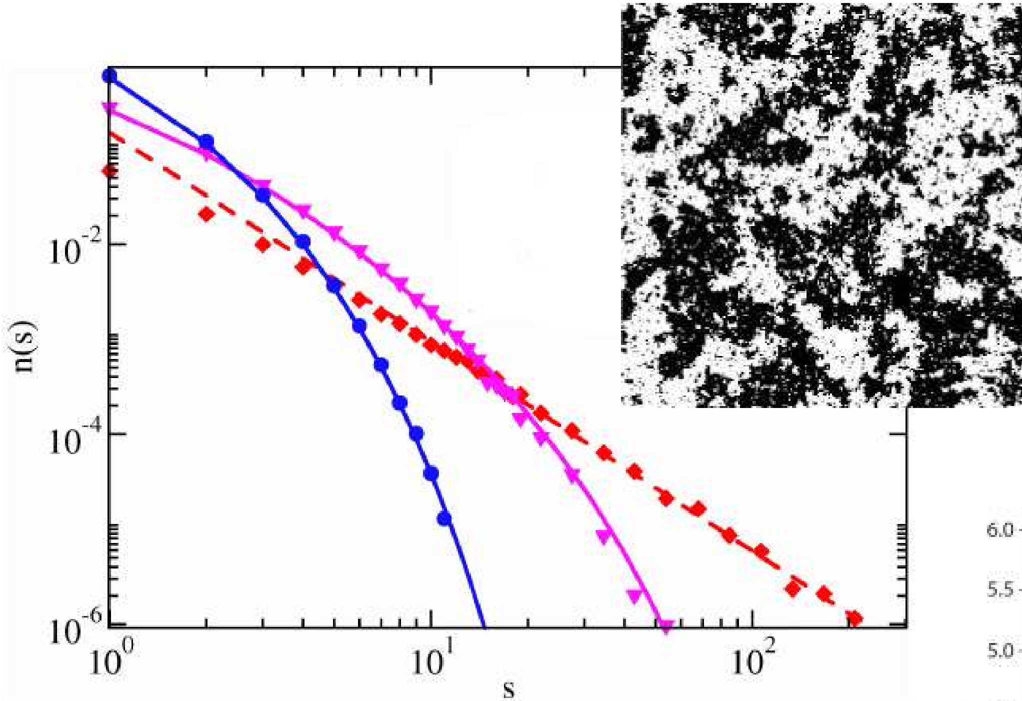
(a)
Capture efficiency, (%) (●)
Food availability, (kg/lion)
50
40
30
20
10
250
200
150
100
50
1 2 3 4 5 6 7 8
Lion group size
(b)
Food intake/lion (kg)
10
8
6
4
2
1 2 3 4 5 6 7 8
Lion group size

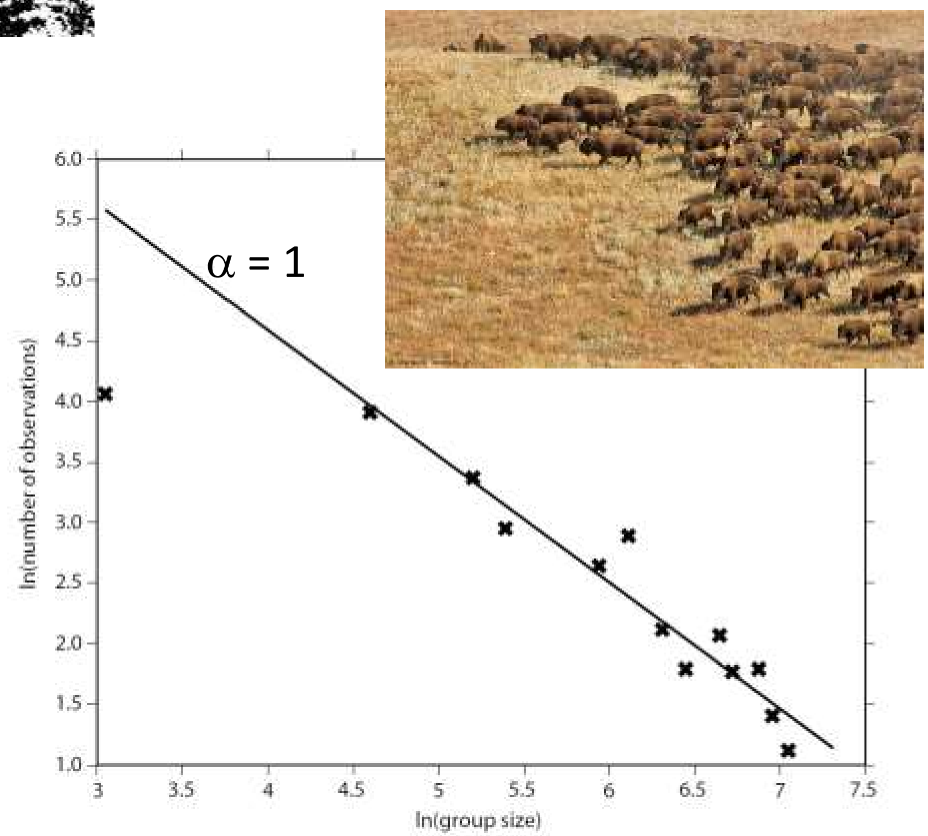
Rozkłady wielkości grup



Leticia Aviles and Paul Tufino
„Colony Size and Individual Fitness in the Social Spider Anelosimus eximius"
The American Naturalist, vol. 152, pp. 403-418 (1998)

Rozkłady tłusto-ogoniaste





Sinclair, A. R. E.
The American buffalo.
Chicago: University of Chicago Press (1977).

Rozkłady tłusto-ogoniaste

Model koagulacji – najprostszy model prowadzący do potęgowych rozkładów wielkości stada

Terytorium: s miejsc.
Początkowo w każdym miejscu umieszczamy osobników w grupach po n_i(t=0).

W każdym kroku:

- Każda grupa wybiera inne miejsce w sposób losowy.
- Jeżeli dwie lub więcej grup wybiera to samo miejsce *k*, łączą się tam w nową grupę.
  $n_k(t+1) = n_i(t) + n_j(t)$
- Dodajemy nowego jednego osobnika w losowo wybranym miejscu.

Prawdopodobieństwo , że grupa ma rozmiar *n* jest proporcjonalne do $n^{-3/2}$.

Wady:

- układ nierównowagowy (liczba osobników rośnie).
- dla różnych gatunków istnieje różny wykładnik potęgi (-0.7 ÷ -1.8)

E. Bonabeau and L. Dagorn
Possible universality in the size distribution of fish schools.
Physical Review E 51, R5220–R5223 (1995).

Rozkłady tłusto-ogoniaste

Model koagulacji - defragmentacji

Terytorium: s miejsc.
Początkowo w każdym miejscu umieszczamy osobników w grupach po n_i(t=0).

W każdym kroku:
- Każda grupa wybiera inne miejsce w sposób losowy.
- Jeżeli dwie lub więcej grup wybiera to samo miejsce *k*, łączą się tam w nową grupę.
  $n_k(t+1) = n_i(t) + n_j(t)$
- Każda grupa z prawdopodobieństwem *p* może się rozpaść na dwie grupy (punkt podziału losowany jest z rozkładu jednorodnego).

H.-S. Niwa
Power-law versus exponential distributions of animal group sizes
Journal of Theoretical Biology vol. 224, 451–457E (2003).

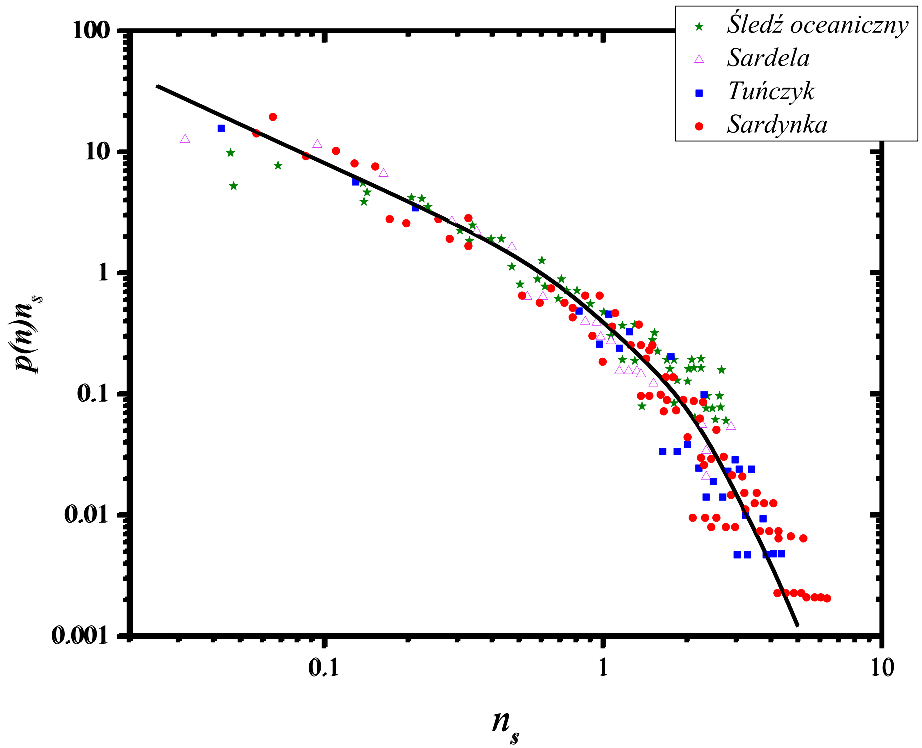
Jeśli przeskalujemy *n*: $n_s = \dfrac{n}{\langle n \rangle_p}$ $\langle n \rangle_p = \dfrac{\sum n_i^2 P(n_i)}{\sum n_i P(n_i)}$ oczekiwany rozmiar grupy

Prawdopodobieństwo , że grupa ma rozmiar *n*

$$P(n) \propto \frac{1}{n} \exp(-n_s)$$

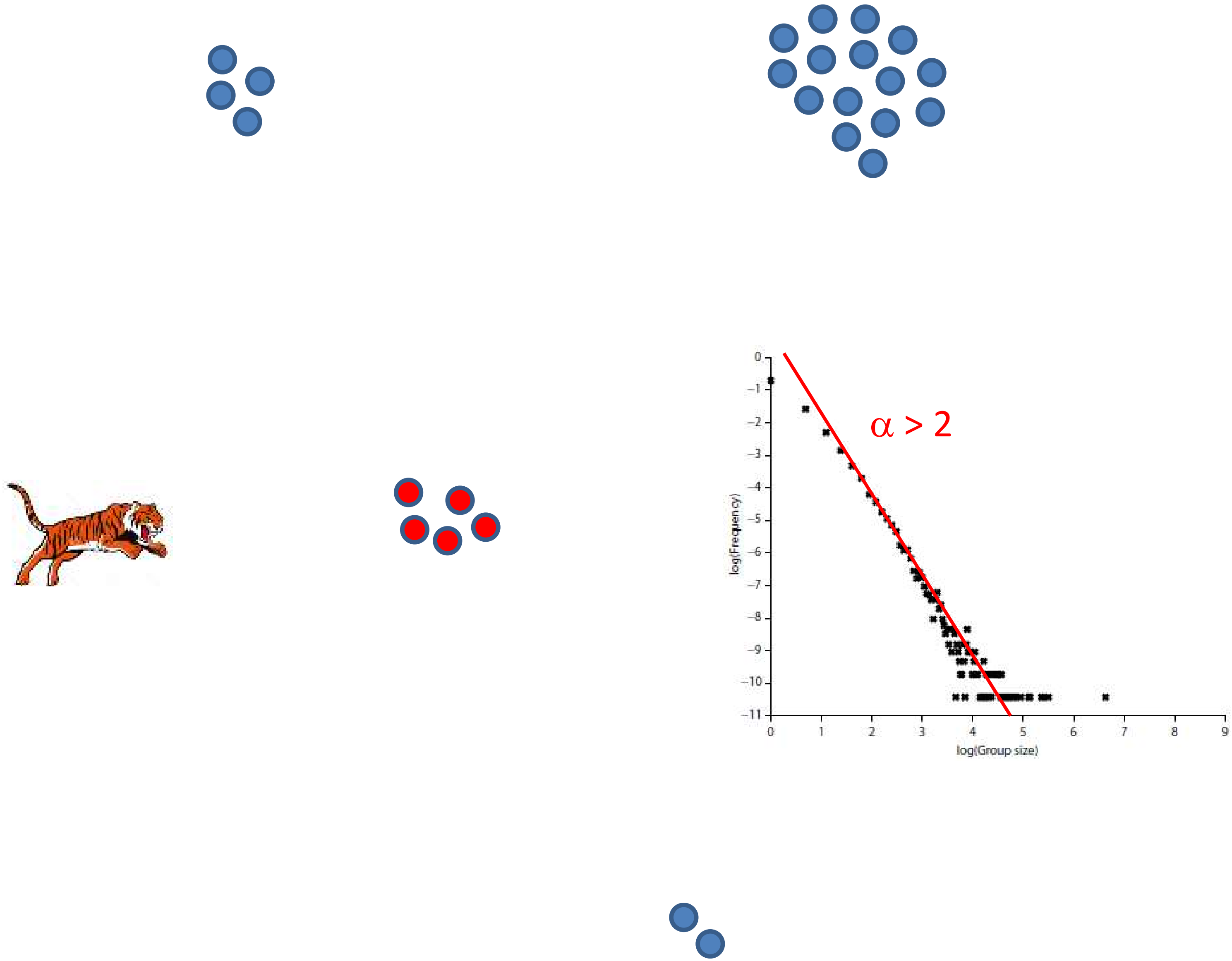
Uwaga: to nie to samo, co średni rozmiar grupy

$$\langle n \rangle = \sum n_i P(n_i)$$



0 parametrów swobodnych!

H.-S. Niwa
Power-law versus exponential distributions of animal group sizes
Journal of Theoretical Biology vol. 224, 451–457E (2003).


α > 2
log(Frequency)
log(Group size)
0
−1
−2
−3
−4
−5
−6
−7
−8
−9
−10
−11
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9